Θέμα 3º:

(α) [**10 μονάδες**]. Θεωρήστε ότι ένα ηλεκτρόνιο σε ένα άτομο βρίσκεται στην κατάσταση με κβαντικό αριθμό στροφορμής ℓ=2. Υπολογίστε το μέτρο της $|\boldsymbol{L}|$ της ολικής στροφορμής, και τις επιτρεπόμενες τιμές των L_z και θ, όπου L_z η προβολή του $\boldsymbol{L}$ στον άξονα z, και θ η γωνία των διανυσμάτων $\boldsymbol{L}$ και $\boldsymbol{L}_z$. Να παραστήσετε γραφικά το διανυσματικό μοντέλο των παραπάνω λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι οι τρεις συνιστώσες της στροφορμής L_x, L_y και L_z δεν μπορεί να είναι γνωστές επακριβώς.

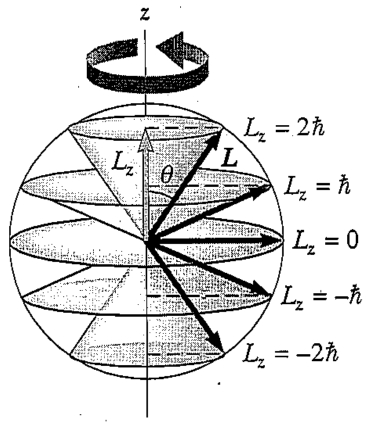
Απάντηση:

$|\boldsymbol{L}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{2(2+1)}\hbar = \sqrt{6}\hbar$

$L_z = m_l\hbar, \;\; m_l \in \{l_{min}, \, l_{max}\} = \{-2, -1, 0, \, 1, \, 2\}$

$cos\theta = \frac{L_z}{|\boldsymbol{L}|} = \frac{m_l}{\sqrt{6}} = \pm 0.816, \qquad \pm 0.408, \qquad 0$

$\theta = \pm 35.3^o, \qquad \pm 65.9^o, \qquad 90^o$



(β) [**10 μονάδες**].

(i) Ένα ηλεκτρόνιο βρίσκεται στην κατάσταση $5D_{5/2}$. Ποιες είναι οι τιμές των κβαντικών αριθμών n, ℓ, j; Ποιο είναι το μέτρο της ολικής στροφορμής της κατάστασης; Ποια η πολλαπλότητα της κατάστασης;

(ii) Ποιοι φασματοσκοπικοί συμβολισμοί από τις παρακάτω ηλεκτρονιακές καταστάσεις είναι δυνατοί και ποιοι όχι: $2D_{1/2}$, $3D_{5/2}$, $4F_{7/2}$, $1S_{1/2}$, $1P_{1/2}$, $2P_{5/2}$.

Απάντηση:

(i) n = 5, ℓ = 2, j = 5/2

$|\boldsymbol{J}| = \sqrt{j(j+1)}\hbar = \sqrt{\frac{5}{2}(\frac{5}{2}+1)}\hbar = \sqrt{35}/2\hbar$

Πολλαπλότητα: 2j+1=2·5/2 +1 = 6

(ii) Δυνατοί: $3D_{5/2}$, $4F_{7/2}$, $1S_{1/2}$

Μη-δυνατοί: $2D_{1/2}$, $1P_{1/2}$, $2P_{5/2}$

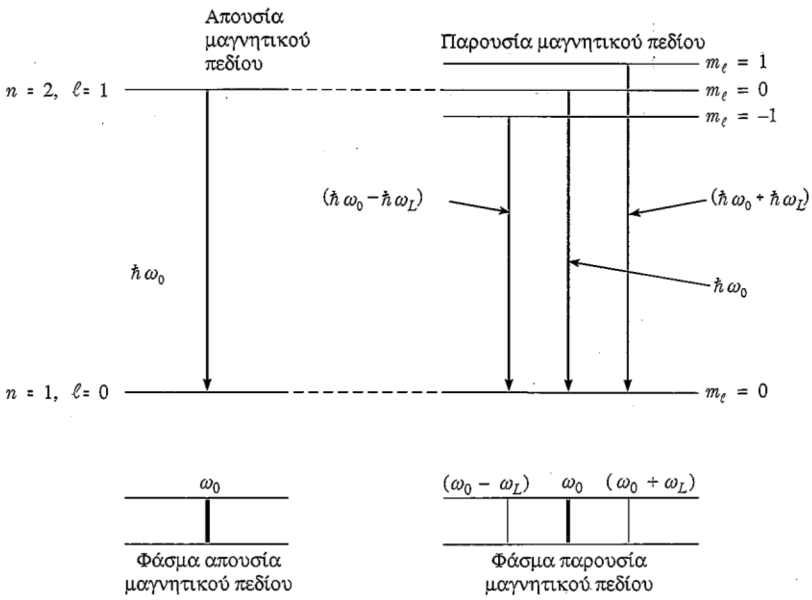
(β) [**5 μονάδες**]. Θα μπορούσε να εκτελεστεί το πείραμα των Stern-Gerlach με ιόντα αντί των ουδέτερων ατόμων;

Απάντηση: Όχι, διότι τα ιόντα θα υφίσταντο και μια δύναμη Lorentz $q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ που θα τα εξέτρεπε από την κίνησή τους κατά τη διεύθυνση την παράλληλη προς τους πόλους του μαγνήτη.

Θέμα 4°:

(α) [**10 μονάδες**]. Περιγράψτε το ομαλό φαινόμενο Zeeman για την περίπτωση της φασματικής γραμμής Lyman (n=2, ℓ=1 → n=1, ℓ=0). Να φτιάξετε το ενεργειακό διάγραμμα της αποδιέγερσης καθώς και το προκύπτον φάσμα περιγράφοντας τις αντίστοιχες παραμέτρους.

Απάντηση:



(β) [**15 μονάδες**]. Ένα μόριο CO για να μεταβεί από την περιστροφική ενεργειακή στάθμη με ℓ=0 στη στάθμη με ℓ=1 πρέπει να απορροφήσει φωτόνιο συχνότητας f = 1,15 x 10^{11} Hz. Ποιο είναι το μήκος ισορροπίας R του μορίου στη θεμελιώδη του κατάσταση; Δίνονται: Ατομικές μάζες C = 12 u, O = 16 u, u = 1,66 x 10^{-27} kg, $\hbar$ = 1,055 x 10^{-34} J·sec.

Απάντηση:

Επειδή $E_{rot} = \dfrac{\hbar^2}{2I_{CM}} l(l+1)$:

$$|\Delta E(l=0 \to l=1)| = \left|\frac{\hbar^2}{2I_{CM}}0(0+1) - \frac{\hbar^2}{2I_{CM}}1(1+1)\right| = \frac{\hbar^2}{I_{CM}} = \hbar\omega \Rightarrow I_{CM} = \frac{\hbar}{\omega}$$

Όπου $\omega = 2\pi f$

Είναι $I = \mu R^2$ όπου $\mu = \dfrac{M_C M_O}{M_C + M_O} = \dfrac{(12u)(16u)}{12u + 16u} = 6{,}86$ u . Άρα

$$R = \sqrt{\frac{I_{CM}}{\mu}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\pi f}\frac{1}{6{,}86u}} = \sqrt{\frac{1{,}055 \times 10^{-34}\ J\sec}{2\pi \times 1{,}15 \times 10^{11}\ Hz} \times \frac{1}{6.86 \times 1.66 \times 10^{-27}\ Kg}} = 1{,}13\ \text{Å}$$