

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Διδάσκοντες: Κ. Κοσμίδης, Κ. Φουντάς, Ν. Πατρώνης, Μ. Μπενής

“ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΥΣΙΚΗ ΙΙ”

23 – 09 – 2014

Θέμα 1^ο:

A) Το μέτρο της στροφορμής ενός κβαντικού σωματίου σε κεντρικό δυναμικό είναι $\sqrt{6}\hbar$.

i) Ποια η τιμή του τροχιακού κβαντικού αριθμού l ;

ii) Ποιες οι επιτρεπτές τιμές της συνιστώσας της τροχιακής στροφορμής στον άξονα z, L_z ;

iii) Ποια η ελάχιστη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της τροχιακής στροφορμής L με τον άξονα z;

(10 μονάδες)

$$i) |\bar{L}| = \hbar\sqrt{l(l+1)} = \hbar\sqrt{6} \Rightarrow l(l+1) = 6 \Rightarrow l = 2$$

$$ii) l = 2, \text{ άρα } m_l = \{2, 1, 0, -1, -2\} \text{ και } L_z = \hbar m_l = \{2, 1, 0, -1, -2\}\hbar$$

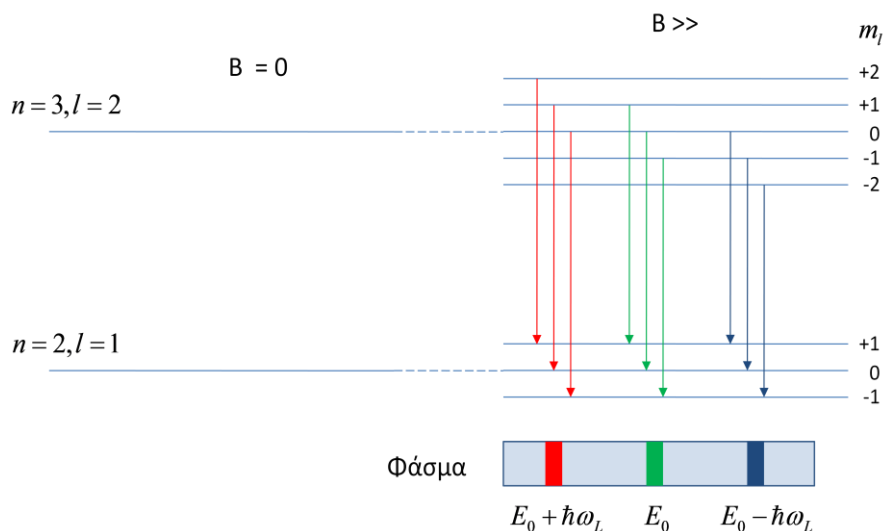
$$iii) (m_l)_{max} = l = 2, \text{ άρα } \cos(\theta_{min}) = \frac{(L_z)_{max}}{|\bar{L}|} = \frac{\hbar(m_l)_{max}}{\hbar\sqrt{l(l+1)}} = \frac{l}{\sqrt{l(l+1)}} = \frac{2}{\sqrt{6}} \Rightarrow \theta_{min} = 35,26^\circ$$

B) Οι ενεργειακές καταστάσεις του ατόμου του υδρογόνου σε ισχυρό εξωτερικό μαγνητικό πεδίο B περιγράφονται από τη σχέση $E = E_0 + \hbar m_l \omega_L$, όπου E_0 οι ενεργειακές καταστάσεις απουσία εξωτερικού μαγνητικού πεδίου, m_l ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός και ω_L η συχνότητα Larmor.

i) Να παραστήσετε γραφικά τις επιτρεπτές αποδιεγέρσεις από την κατάσταση με κβαντικούς αριθμούς $(n = 3, l = 2)$ στην $(n = 2, l = 1)$.

ii) Από πόσες γραμμές αποτελείται το προκύπτον φάσμα και ποιες οι ενεργειακές τους τιμές; Δίνεται: $\Delta l = 1, \Delta m_l = 0, \pm 1$.

(10 μονάδες)



Γ) Πως θα τοποθετηθούν τα ηλεκτρόνια της p-υποστοιβάδας στην βασική ηλεκτρονική διάταξη του ατόμου του άνθρακα (Z=6). Εξηγήστε γιατί.

(5 μονάδες)

Τα δυο ηλεκτρόνια τοποθετούνται από ένα στις υποστοιβάδες p_x και p_y (ή p_x και p_z ή p_y και p_z) με τα σπιν τους παράλληλα. Ο λόγος είναι ότι με τη διάταξη αυτή η άπωση των ηλεκτρονίων λόγω της απαγορευτικής αρχής του Pauli οδηγεί στην χωρική απομάκρυνσή τους με αποτέλεσμα την μείωση της απωστικής ηλεκτροστατικής τους ενέργειας κι άρα την αύξηση (κατά απόλυτη τιμή) της ενέργειας σύνδεσής τους. Η διάταξη με αντιπαράλληλα σπιν θα είχε ακριβώς το αντίθετο αποτέλεσμα, δηλαδή τελική μείωση (κατά απόλυτη τιμή) της ενέργειας σύνδεσης. Επομένως επειδή η βασική κατάσταση είναι αυτή με τη μεγαλύτερη ενέργεια σύνδεσης η διάταξη με τα παράλληλα σπιν είναι η σωστή βασική κατάσταση.

Θέμα 2^ο:

A) Δείξτε ότι στο αμιγώς περιστροφικό φάσμα διατομικού μορίου, όταν δεν υπάρχει φυγόκεντρη παραμόρφωση, οι φασματικές κορυφές ισαπέχουν και η μεταξύ τους διαφορά σε συχνότητα είναι $\Delta f = h/4\pi^2 I$, όπου I η ροπή αδρανείας του μορίου.

(10 μονάδες)

$$\Delta E_{\text{περ}} = hBl(l+1) - hBl(l-1) = 2hBl = \hbar\omega \Rightarrow \omega = 4\pi Bl = \omega_0 l$$

Άρα το περιστροφικό φάσμα αντιστοιχεί σε φωτόνια με ενέργεια $\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0, \dots$ κι επομένως οι φασματικές κορυφές του ισαπέχουν κατά την ποσότητα $\omega_0 = 4\pi B$. Η συχνοτική διαφορά τους υπολογίζεται ως εξής ($l = 1$ για δυο διαδοχικές συχνότητες):

$$\omega = 4\pi B \Rightarrow f = 2B = \frac{h}{4\pi^2 I}$$

B) Με δεδομένο ότι η μεταξύ των φασματικών κορυφών διαφορά στο αμιγώς περιστροφικό φάσμα του ClF είναι $\Delta f = 30.8$ GHz, προσδιορίστε το μήκος του μοριακού δεσμού του μορίου στη θέση ισορροπίας.

(10 μονάδες)

$$\Delta E_{\text{περ}} = 2hB = 2h \frac{h}{8\pi^2 I} = \frac{\hbar^2}{I} = \hbar\omega \Rightarrow I = \frac{\hbar}{\omega} = \frac{h}{4\pi^2 f} = 5.45 \times 10^{-46} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\text{Υπολογίζοντας την ανηγμένη μάζα του μορίου } \mu = \frac{m_F \cdot m_{Cl}}{m_F + m_{Cl}} = 2.05 \times 10^{-26} \text{ Kg}.$$

$$\text{έχουμε τελικά } I = \mu R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{I}{\mu}} = 1.63 \text{ \AA}$$

Γ) Εάν η σταθερά δύναμης στο CO είναι $k=1.86 \times 10^3 \text{ N/m}$ και η ανηγμένη μάζα αυτού $\mu=1.14 \times 10^{-26} \text{ kg}$, προσδιορίστε την συχνότητα του φωτονίου η απορρόφηση του οποίου θα οδηγήσει σε διέγερση από την $n=0$ στην $n=1$ ταλαντωτική κατάσταση.

(5 μονάδες)

$$|\Delta E_n| = (1 + \frac{1}{2})\hbar\omega - (0 + \frac{1}{2})\hbar\omega = \hbar\omega,$$

Η συχνότητα του απορροφημένου φωτονίου είναι $\omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}} = 6.42 \times 10^{13} \text{ Hz}$

Δίδεται: $h=6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{sec}$, $E_{\text{περ}}=hB\ell(\ell+1)=(I\omega^2)/2$, $B=h/8\pi^2 I$, $1\text{eV}=1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$, $\text{eV} \cong 1239.8/\lambda(\text{nm})$,
 $I=\mu R^2$, $m_F=31.54 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $m_{Cl}=58.51 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$, όπου $\omega = \sqrt{k/\mu}$